

# SUMÁRIO

<b>Prefácio</b>	<b>11</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>15</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>19</b>
<b>8 Transformada de Laplace</b>	<b>21</b>
8.1 Definições Iniciais . . . . .	21
8.2 Propriedades da Transformada de Laplace . . . . .	26
8.2.1 Propriedade Linear . . . . .	26
8.2.2 Propriedade da Translação . . . . .	28
8.2.3 Primeira Propriedade da Derivada . . . . .	29
8.2.4 Segunda Propriedade da Derivada . . . . .	31
8.2.5 Terceira Propriedade da Derivada . . . . .	32
8.2.6 Propriedade de Funções Periódicas . . . . .	34
8.3 Função de Heaviside . . . . .	39
8.4 Função Delta de Dirac . . . . .	51
8.5 Transformada Inversa de Laplace . . . . .	69
8.6 Convolução . . . . .	78
8.7 Método da Transformada de Laplace . . . . .	86
8.8 Exercícios . . . . .	98
<b>9 Aplicações da Transformada de Laplace</b>	<b>103</b>
9.1 Equações Lineares com Coeficientes Variáveis . . . . .	103
9.2 Aplicações em Sistemas Mecânicos . . . . .	115
9.2.1 Oscilador Harmônico Amortecido . . . . .	115
I Oscilador Harmônico Subcrítico . . . . .	118
II Oscilador Harmônico Supercrítico . . . . .	119
III Oscilador Harmônico Crítico . . . . .	120
9.2.2 Oscilador Harmônico Forçado . . . . .	120
9.3 Aplicações em Sistemas Elétricos . . . . .	126

---

9.4	Exercícios . . . . .	129
<b>10</b>	<b>Sistemas de Equações Diferenciais e Operadores Lineares</b>	<b>133</b>
10.1	Ideias e Definições Iniciais . . . . .	133
10.2	Operadores Diferenciais . . . . .	141
10.3	Solução de Sistemas de Equações com Coeficientes Constantes Usando Operadores . . . . .	149
10.4	Método Matricial para Sistemas de Equações Lineares de Primeira Ordem . . . . .	157
10.4.1	Sistemas de Equações Diferenciais Lineares em Duas Variáveis Dependentes . . . . .	158
	I    Autovalores Distintos . . . . .	160
	II   Autovalores Iguais . . . . .	163
10.4.2	Sistemas de Equações Diferenciais Lineares em Três Variáveis Dependentes . . . . .	166
	I    Autovalores Distintos . . . . .	167
	II   Autovalores Degenerados: Caso A . . . . .	168
	III  Autovalores Degenerados: Caso B . . . . .	171
10.4.3	Sistemas de Equações Diferenciais Lineares Não Homogêneos . . . . .	183
10.5	Resolução de Sistemas de Equações por Meio de Transformadas de Laplace . . . . .	189
10.6	Operadores Adjuntos e Formalismo de Sturm-Liouville . . . . .	192
10.6.1	Série de Fourier Trigonométrica . . . . .	209
10.7	Alguns Teoremas Importantes . . . . .	222
10.8	Alguns Métodos de Resolução de Equações Não Lineares . . . . .	237
10.8.1	Equações Diferenciais Não Lineares Envolvendo apenas a Variável Dependente . . . . .	237
10.8.2	Equações Diferenciais Não Lineares em Que a Variável Dependente Não Aparece . . . . .	240
10.8.3	Equações Diferenciais Não Lineares em Que a Variável Independente Não Aparece . . . . .	244
10.8.4	Equações Diferenciais Não Lineares Homogêneas . . . . .	248
10.9	Exercícios . . . . .	251
<b>11</b>	<b>Aplicações de Sistemas de Equações Diferenciais e Operadores Lineares</b>	<b>253</b>
11.1	Sistemas de Equações Acopladas de Primeira Ordem . . . . .	253
11.1.1	Um Circuito RL Acoplado . . . . .	254
11.1.2	Carga em Movimento num Campo Magnético Homogêneo . . . . .	261
11.1.3	Mistura de Fluidos Envolvendo Vários Reservatórios . . . . .	275

---

11.2	Sistemas de Equações Acopladas de Segunda Ordem . . . . .	282
11.2.1	Movimento sob a Ação de uma Força Central . . . . .	282
11.2.2	Dois Osciladores Harmônicos Simples Acoplados . . . . .	299
11.2.3	Três Osciladores Harmônicos Simples Acoplados . . . . .	312
11.2.4	Pêndulos de Torção Acoplados . . . . .	329
11.3	Problemas que Envolvem Equações Não Lineares . . . . .	343
11.3.1	Cabo Homogêneo Suspenso em Equilíbrio Estático . . . . .	343
11.3.2	Pêndulo Simples . . . . .	348
11.3.3	Pêndulo Físico ou Composto . . . . .	358
11.4	Exercícios . . . . .	359

**12 Equações Diferenciais Parciais e Método de Separação de Variáveis** **361**

12.1	Equações Diferenciais Parciais Simples . . . . .	361
12.2	Método de Separação de Variáveis . . . . .	365
12.3	Aspectos Formais Relativos a Equações Diferenciais Lineares de Segunda Ordem . . . . .	377
12.3.1	Redução de Equações Diferenciais Hiperbólicas à Forma Canônica . . . . .	388
12.3.2	Redução de Equações Diferenciais Parabólicas à Forma Canônica . . . . .	394
12.3.3	Redução de Equações Diferenciais Elípticas à Forma Canônica . . . . .	398
12.4	Exercícios . . . . .	402

**13 Aplicações do Método de Separação de Variáveis** **405**

13.1	Equação da Onda . . . . .	405
13.2	Equação de Laplace . . . . .	431
13.3	Equação de Laplace em Coordenadas Retangulares . . . . .	439
13.3.1	Equação de Laplace Unidimensional em Coordenadas Retangulares . . . . .	440
13.3.2	Equação de Laplace Bidimensional em Coordenadas Retangulares . . . . .	440
13.3.3	Equação de Laplace Tridimensional em Coordenadas Retangulares . . . . .	453
13.4	Equação de Laplace em Coordenadas Esféricas . . . . .	466
13.4.1	Equação de Laplace Radial em Coordenadas Esféricas . . . . .	467
13.4.2	Equação de Laplace em Coordenadas Esféricas com Simetria Azimutal . . . . .	467
13.4.3	Equação de Laplace em Coordenadas Esféricas sem Simetria Azimutal . . . . .	474

---

13.5	Equação de Laplace em Coordenadas Cilíndricas . . . . .	493
13.5.1	Resolução da Equação de Laplace Radial em Coordenadas Cilíndricas . . . . .	494
13.5.2	Resolução da Equação de Laplace em Coordenadas Cilíndricas sem Dependência em $z$ . . . . .	494
13.5.3	Resolução da Equação de Laplace em Coordenadas Cilíndricas com Dependência em $z$ . . . . .	500
13.6	Equação de Schrödinger . . . . .	518
13.6.1	O Átomo de Hidrogênio . . . . .	521
13.7	Equação da Difusão . . . . .	534
13.8	Equação do Calor . . . . .	543
13.9	Exercícios . . . . .	547
<b>14</b>	<b>Transformada de Fourier</b>	<b>553</b>
14.1	Definições Iniciais . . . . .	553
14.2	Propriedades da Transformada de Fourier . . . . .	574
14.2.1	Propriedade da Conjugação . . . . .	574
14.2.2	Propriedade Linear . . . . .	577
14.2.3	Primeira Propriedade da Translação . . . . .	578
14.2.4	Segunda Propriedade da Translação . . . . .	579
14.2.5	Primeira Propriedade da Derivada . . . . .	580
14.2.6	Segunda Propriedade da Derivada . . . . .	581
14.2.7	Propriedade da Derivada para Transformadas em Seno e Cosseno . . . . .	582
14.2.8	Propriedade do Módulo . . . . .	586
14.2.9	Propriedade do Produto . . . . .	587
14.2.10	Propriedade da Convolução . . . . .	589
14.3	Transformada de Fourier e Equações Diferenciais Ordinárias . . . . .	591
14.4	Transformadas de Fourier Múltiplas . . . . .	602
14.5	Transformada de Fourier e Equações Diferenciais Parciais . . . . .	608
14.5.1	Equação de Onda . . . . .	608
14.5.2	Equação do Calor . . . . .	612
14.5.3	Equação de Poisson . . . . .	631
14.6	Exercícios . . . . .	635
<b>15</b>	<b>Funções de Green</b>	<b>637</b>
15.1	Exemplos Iniciais de Funções de Green . . . . .	637
15.1.1	Oscilador Harmônico Subamortecido Sujeito a uma Força Externa Impulsiva . . . . .	637
15.1.2	Circuito RC . . . . .	651
15.1.3	Corda Sujeita a uma Carga Externa . . . . .	654

---

15.2	Considerações e Definições Relativas a Funções de Green . . . . .	659
15.2.1	Funções de Green Unidimensionais para Problemas com Condições Iniciais . . . . .	665
15.2.2	Funções de Green Unidimensionais para Problemas com Condições de Contorno . . . . .	669
15.3	Funções de Green para Algumas Equações Diferenciais Importantes . .	680
15.3.1	Funções de Green para a Equação de Onda . . . . .	680
15.3.2	Funções de Green para a Equação do Calor . . . . .	695
15.3.3	Funções de Green para as Equações de Helmholtz e Poisson . .	713
15.4	Outros Problemas Envolvendo Funções de Green . . . . .	721
15.4.1	Queda Livre Vertical . . . . .	721
15.4.2	Oscilador Harmônico Superamortecido Forçado . . . . .	725
15.4.3	Circuito RL . . . . .	730
15.5	Exercícios . . . . .	732

<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>735</b>
-----------------------------------	------------

<b>Índice Remissivo</b>	<b>737</b>
-------------------------	------------